

# 集成材梁のせん断補正係数の数値的推定

環境構造工学講座 01466 橋本 崇史  
指導教官 薄木 征三 後藤 文彦

## 1. はじめに

集成材はせん断剛性が低くせん断変形の影響が大きい材料であるため、梁の曲げなどを解析する場合にはせん断補正係数を考慮した解析が行われる。矩形断面の場合、等方性材料であればせん断補正係数は解析的に求まるが、集成材は直交異方性材料であるため、せん断補正係数の算定が困難である。そこで、直方体要素を用いてモデル化した集成材梁の有限要素解析から得られる荷重とたわみの関係からせん断補正係数を逆算する手法を提案し、その精度について考察する。

## 2. 解析手法

図-1 に示すように、片持ち梁の固定端側の断面の図心を原点とし、幅厚方向に  $x$  軸、桁高方向に  $y$  軸、梁軸方向に  $z$  軸をとる。曲げを受ける片持ち梁の対称性を考慮し、 $yz$  面で 2 分割された梁の半分を解析対象とする。この幅  $b/2$  の梁の  $x, y, z$  軸方向を  $n_x \times n_y \times n_z$  に要素分割する。境界条件は、固定端断面 ( $xy$  断面) 上にある節点の  $z$  方向変位を拘束、対称面 ( $yz$  面) 上にある節点の  $x$  方向変位を拘束する。荷重は、荷重を自由端面の各節点に等分布に分散させて載荷する。

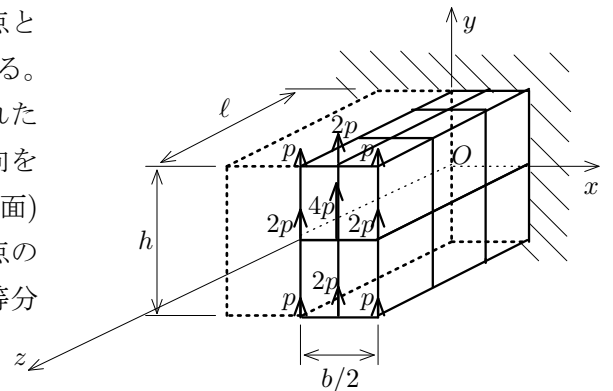


図-1 解析モデル

## 3. 数値計算

解析の一例として、木材工業ハンドブック<sup>3)</sup>にある木材の材料定数を参考にして、 $E_x = 0.5$  GPa,  $E_y = 1.0$  GPa,  $E_z = 10.0$  GPa,  $G_{xy} = 0.03$  GPa,  $G_{xz} = 0.6$  GPa,  $G_{yz} = 0.7$  GPa,  $\nu_{xy} = 0.2$ ,  $\nu_{yx} = 0.4$ ,  $\nu_{xz} = 0.025$ ,  $\nu_{zx} = 0.5$ ,  $\nu_{yz} = 0.03$ ,  $\nu_{zy} = 0.3$  で与えられる材料定数を有す直交異方性梁の曲げ解析で得られたたわみの有限要素解を、梁理論  $v_b = \frac{Pl^3}{3EI}$  ティモシェンコ梁理論  $v_t = \frac{Pl^3}{3EI} + \frac{Pl}{GkA}$  のそれぞれに対する相対誤差で図-2 に示す。但し、せん断補正係数  $k$  の値は、等方性材料の矩形断面に対する Cowper の式  $k_c = \frac{10(1+\nu)}{12+11\nu}$  で  $\nu = 0$  とした  $k_c = 0.8333$  を用いた場合と、 $k_c$  を異方性材料に拡張<sup>4)</sup>した  $k_{EG} = \frac{10E_{zz}}{11E_{zz}+2G_{yz}}$  で求めた  $k_{EG} = 0.8977$  を用いた場合の 2 ケースを併記する。 $l/h$  が大きくなるにつれて、有限要素解は  $k_{EG}$  よりも  $k_c$  を用いたティモシェンコ梁理論の解に収束しているように見える。但しこの材料は、 $E_z$  に対して  $G_{yz}$  が非常に小さくせん断変形の影響がかなり大きい梁であり、 $l/h = 10$  でも梁理論に対する有限要素解の相対誤差は、まだ 5% 程度あるので、更に  $l/h$  を大きくしていけば、ティモシェンコ梁理論のたわみよりもやや小さい値に収束するのかもしれない。 $v_t$  を  $k$  について解くと次式が得られる。

$$k = \frac{P}{GA} \cdot \frac{l}{v_t - \frac{Pl^3}{3EI}} \quad (1)$$

有限要素解析で得られる荷重  $P$  とたわみ  $v$  の関係を上式に代入して逆算した  $k$  を 図-3 に示す。

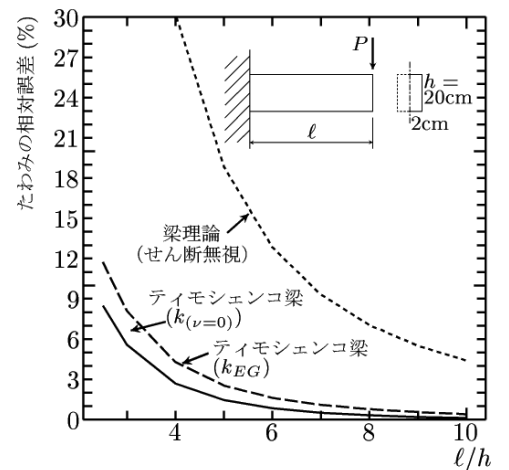


図-2 各梁理論に対するたわみの相対誤差

$l/h$  が小さくせん断変形が大きい領域では、この逆算した  $k$  は  $l/h$  の増加とともに、指数関数的に大きくなっていく。この梁は、せん断変形の影響が大きい梁であるためか、この  $l/h$  の範囲では、 $l/h$  が大きくなるにつれて、 $k_c = 0.8333$  に近づいていくように見える。そこで、このように  $l/h$  の値が大きくなるにつれて  $k$  の値が大きくなるのが異方性によるものなのか、それとも単に数値解析上の誤差によるものなのかを確認するため、異方性の影響を排除して、等方性材料で解析してみる。材料諸元は、等方性を満たすように  $E = 10\text{GPa}$ ,  $G = 3.8\text{GPa}$ ,  $\nu = 0.3$  とし、この計算結果を図-4 に示す。 $k$  は、 $l/h = 2$  で  $k = 0.6763$ 、 $l/h = 10$  で  $k = 1.8758$  と大きい増加率を示す。これは、 $0 < \nu < 0.5$  を満たす範囲のポアソン比の等方性材料とすると、せん断弾性係数がヤング率のせいぜい  $1/2 \sim 1/3$  程度となるので、先に解析した木材の例に比べてせん断弾性係数が相対的に大きくなり、せん断変形がかなり小さくなるため、荷重とたわみの関係から  $k$  を逆算する際の誤差が大きくなってしまいうためであるようにも考えられる。そこで、せん断弾性係数がヤング率の  $1/15$  程度となるような木材程度の材料定数、 $E = 10\text{GPa}$ ,  $G = 0.7\text{GPa}$ ,  $\nu = 0.3$  (但し、ポアソン比が  $0 < \nu < 0.5$  となるような若干の異方性を有する) を設定し、解析をしてみる。また、要素分割が収束精度に与えている影響を確認するため、いくつかの異なる要素分割による解析も行い、計算結果を図-5 に併記する。要素分割数を  $6 \times 10 \times 20$ ,  $6 \times 5 \times 100$  と  $y$  座標  $z$  座標について増やしていくと、 $k$  が  $6 \times 10 \times 100$  の値へと近づいていく。 $6 \times 10 \times 100$  と  $1 \times 10 \times 100$  の  $k$  は 図-5 から見て取れるように、ほぼ重なる結果を示しており、 $x$  座標について要素を変えても  $k$  はほとんど変わらないと考えられる。

#### 4. まとめ

直方体要素モデルの有限要素法の曲げ解析の荷重とたわみの関係からせん断補正係数  $k$  を逆算してみたところ、 $l/h$  が大きくなるほど  $k$  が大きくなった。これが、異方性によるものなのか、それとも解析上の数値誤差によるものなのかを確認するため、等方性材料において解析をしてみたところ、異方性による  $k$  の増加には特に関係していないことが分かった。さらに、要素分割が収束精度に与える影響も確認するため、木材程度の材料定数を設定し、さまざまな要素分割数で解析をしたところ、要素分割数を細かくするほど  $k$  の取りうる最小、最大の幅が狭くなることから、要素分割を細かくしさえすれば、 $l/h$  に依存せずに  $k$  を求めることが可能になるかもしれないと考えられる。今後更に詳しく調べていきたい。

#### 参考文献

- 1) American Society for Testing and Materials: Standard test methods of static tests of lumber in structural sizes, ASTM Standards, D198-94, 1994.
- 2) Cowper, G.R.: The shear coefficient in Timoshenko's beam theory, J. appl. Mech., Vol. 33, pp. 335-340, 1966.
- 3) 農林水産省林業試験場 監修: 木材工業ハンドブック (改訂3版), 丸善, 1982, pp. 130.
- 4) 後藤文彦・麓 貴行・薄木征三・佐々木貴信: 曲げ試験による木材梁せん断弾性係数推定の精度, 構造工学論文集, Vol. 49A, 2003 (掲載予定)
- 5) 長谷部薫・薄木征三: 集成木材はりの横座屈解析と実験, 構造工学論文集, Vol. 38A, pp. 963-970, 1992.

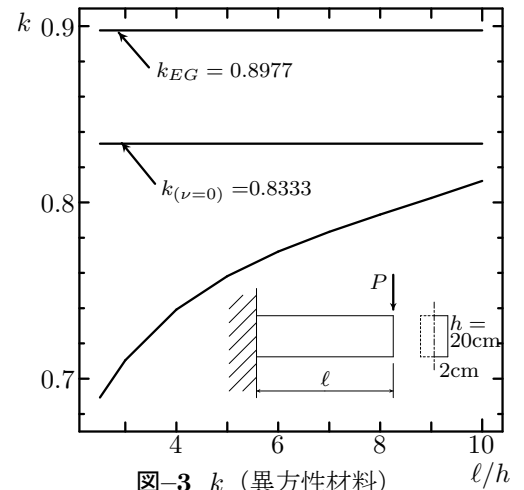


図-3  $k$  (異方性材料)

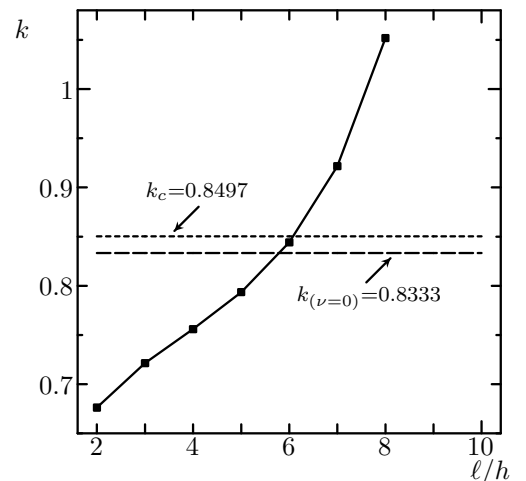


図-4  $k(E = 10\text{GPa}, G = 3.8\text{GPa}, \nu = 0.3)$

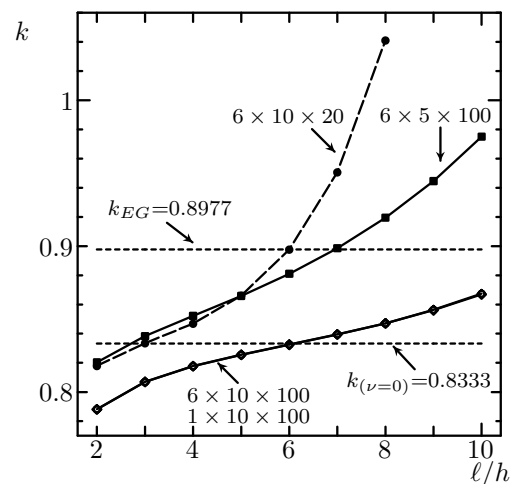


図-5  $k(E = 10\text{GPa}, G = 0.7\text{GPa}, \nu = 0.3)$