

そり拘束条件の異なる I 型梁の横ねじれ座屈

環境構造工学講座 7504473 本田 裕子
指導教官 後藤 文彦

1. はじめに

薄肉梁の横ねじれ座屈荷重は、ユーロコード¹⁾や座屈設計ガイドライン²⁾で与えている 3 係数公式によって算定される。この 3 係数公式は、3 つの係数を変化させることで様々な境界条件や荷重条件に対して適用できるようになっているが、あらゆる境界条件や載荷条件に対応する係数が与えられている訳ではない。例えば、片持ち梁におけるそり拘束条件の違いなどを設定する係数は与えられていなかった。近年、Andrade(06)³⁾は、パラメータ解析により、そり拘束条件の違いなどにも対応した係数を与える式を導いた。そこで本研究では、そり拘束条件の異なる I 型断面片持ち梁の横ねじれ座屈を、梁要素および立体要素で有限要素解析し、Andrade らの提案する係数を用いた解と比較してみる。

2. 解析手法

解析モデルは、図-1 のように自由端に集中荷重を受ける 2 軸対称 I 型断面の鋼製片持ち梁とする。フランジ幅 $b=30\text{cm}$ 、フランジ厚 $t_f=2\text{cm}$ 、ウェブ厚 $t_w=1.2\text{cm}$ 、ウェブ高 $h_w=54.8\text{cm}$ の断面で、軸長 ℓ を 5~10m まで 0.5m ずつ変化させて解析する。

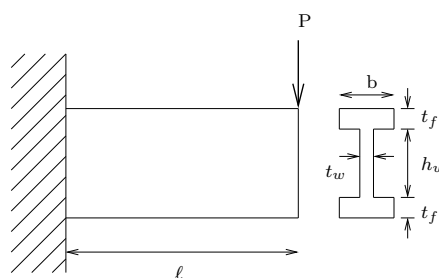


図-1 解析モデル

(1) 梁要素を用いる場合

そりに対応する自由度として、ねじれ率を含む 1 節点 7 自由度の有限変位有限要素法⁴⁾により座屈解析を行う。そりの拘束条件は、ねじれ率自由度を拘束するか自由にするかで与える。

(2) 立体要素を用いる場合

GPL ライセンスのフリーソフト CalculiX⁵⁾の 8 節点アイソパラメトリック直方体要素を用いて⁶⁾、線形座屈解析を行う。そりを拘束する場合は、固定端の全節点で軸方向変位を拘束し、そりを自由にする場合は、図-2 のように固定端のウェブ部分のみで軸方向変位を拘束する。要素分割は、フランジの幅方向 (n_{fx})=20、フランジの桁高方向 (n_{fy})=2、ウェブの幅方向 (n_{wx})=2、ウェブの桁高方向 (n_{wy})=20、軸長方向 (n_z)=100 とした。

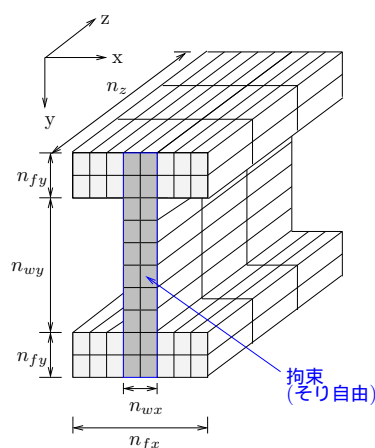


図-2 立体要素解析

(3) Andrade の係数を用いる場合

Andrade が導いたそり拘束条件の違いを考慮した、二軸対称断面に対する 3 係数公式は C_1 のみで次式のように与えられる。

$$P_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_y}{4\ell^3} \times \sqrt{\frac{4I_w}{I_y} + \frac{4\ell^2 GJ}{\pi^2 EI_y}} \dots\dots\dots (1)$$

Andrade が与えた係数は次式ようになる。

$$\text{そり拘束の場合: } C_1 = 2.462/\sqrt{1+K^2} + 2.383K/\sqrt{1+K^2} \quad \left(K = \pi/\ell\sqrt{EI_y h_s^2/4GJ} \right)$$

$$\text{そり自由の場合: } C_1 = 2.437/\sqrt{1+K^2} + 0.613K/\sqrt{1+K^2} - 0.105K^2/\sqrt{1+K^2}$$

なお、片持ち梁の横ねじれ座屈について、Trahair⁷⁾ が導いた座屈公式は次式で表される。

$$P_{cr} = \frac{\sqrt{EI_y GJ}}{\ell^2} \left(3.95 + 3.52\sqrt{\frac{\pi^2 EI_w}{GJ\ell^2}} \right) \dots\dots\dots (2)$$

3. 解析結果

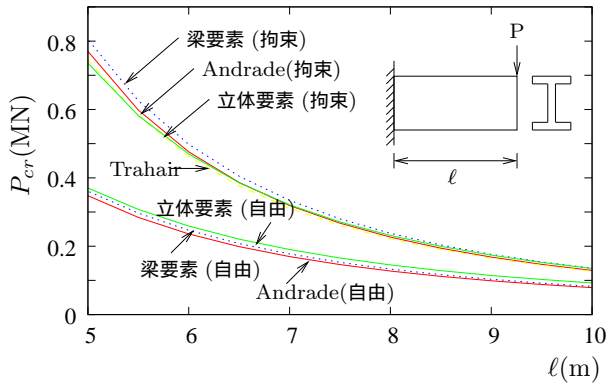


図-3 横ねじれ座屈荷重

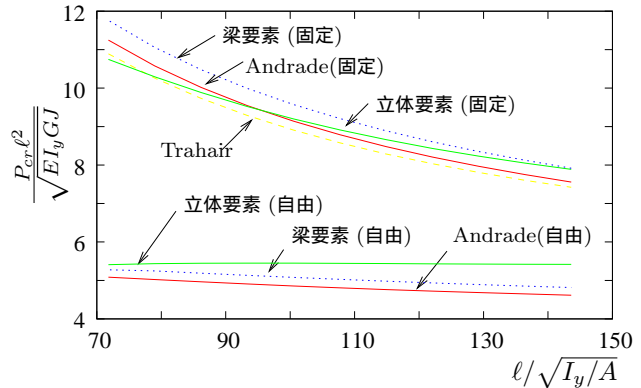


図-4 横ねじれ座屈荷重の無次元化

梁要素、立体要素による有限要素法解、Andrade の係数を用いた解、Trahair の座屈公式の解を図-3 に示す。また、曲げ剛性 EI_y とねじり剛性 GJ で無次元化した座屈荷重 $\frac{P_{cr}\ell^2}{\sqrt{EI_y GJ}}$ と細長比 $\frac{\ell}{\sqrt{I_y/A}}$ の関係を図-4 に示す。Andrade の係数を用いた解とその他の手法で求めた座屈荷重は、そり拘束の場合は相対誤差数 5% の範囲で互いに近い値を示したが、そり自由の場合は、軸長が長くなるにつれ誤差の開きが大きくなった。そりを拘束した方が座屈荷重は大きくなり、細長比が小さくなるほどその傾向は大きくなる。そりを拘束した場合は、梁要素による解が他の手法による解よりもやや高めの解を与える一方、そりが自由の場合は、立体要素による解がやや高めとなっている。

4. まとめ

梁要素と立体要素による有限要素法により横ねじれ座屈解析を行い、Andrade ら提案する係数を用いた座屈公式の解と比較したところ、そりを拘束した場合、それぞれの手法で求めた解も比較的近い値を示した。また、そりを自由にした場合、比較的軸長が短い範囲では近い値を示していた。Andrade の係数を用いた解と梁要素の解は軸長を変化させても大きな誤差はなかったが、立体要素の解は、これらの解と誤差が開く範囲が見られた。このことから、そり拘束の場合、そり自由の一定の範囲内で Andrade らの係数の妥当性を確かめた。

参考文献

- 1) Comite Européen de Normalisation (CEN).Eurocode 3:Design of steel structures, Part 1-1:General rules and rules for buildings (ENV 1993-1-1). Brussels;1992.
- 2) 座屈設計ガイドライン, 改訂第 2 版 [2005 年版], 土木学会 .
- 3) A.Andrade:On the evaluation of elastic critical moments in doubly and singly symmetric I-section cantilevers;2006
- 4) 後藤文彦, 小林 裕, 斉木 功, 岩熊哲夫: 空間固定三軸回りの回転自由度を用いた空間梁解析, 応用力学論文集, Vol. 1, 319-327, 1998.
- 5) <http://www.calculix.de/>
- 6) 大黒屋 信英, 後藤 文彦, 千田 知弘, 薄木 征三: 木材梁の曲げ載荷方法とせん断弾性係数の推定精度について, 第 6 回木橋技術に関するシンポジウム論文報告集, pp. 81-86, 2007.
- 7) Trahair,N.S.:Flexural-Torsional buckling of structure,E&FN Spon,Chapman and Hall,London,England,1993