

## 2 種材料箱断面梁に対するティモシェンコ梁の適用性

環境構造工学講座 7512726 鈴木和宏  
指導教員 後藤文彦

### 1. はじめに

間伐材の有効利用の観点から考案されたプレストレス木箱桁橋 (通称オンサイト木橋) は、部材が揃った状態であれば 1 日程度で組み立てられることから、災害時の応急橋としての適用性も期待されている。そのため、簡単な計算式で剛性を評価できることが望まれるが、プレストレス木箱桁橋は木材と鋼板とを組み合わせた箱断面であるために、せん断変形の影響が大きく、初等梁理論によって剛性を評価することができない。よってせん断変形を考慮したティモシェンコ梁理論によって剛性評価する必要があるが、断面が 2 種材料で構成されているため、Cowper<sup>1)</sup> 等による通常のせん断補正係数を用いることができない。2 種材料からなる箱断面に対しては、Bank<sup>2)</sup> が修正せん断補正係数を導いているものの、薄肉断面が想定されており、角材等で構成される厚肉の箱断面にも適用できるかどうかは明確ではない。そこで、本研究では、2 種材料箱断面の板厚や剛性比を変えながら、Bank の修正せん断補正係数を用いてティモシェンコ梁理論を適用できる材料や断面の範囲を確認する。

### 2. ティモシェンコ梁

#### (1) せん断補正係数 $k$

単一材料であれば、片持ち梁の先端のたわみはティモシェンコ梁理論で次式のように表される。

$$v = \frac{Pl^3}{3EI} + \frac{Pl}{GkA} \quad (1)$$

ここに  $I$  は強軸回りの断面二次モーメント、 $A$  は断面積、 $k$  は Cowper のせん断補正係数である。一方、木材と鋼部材で箱断面が構成されているプレストレス木箱桁橋の場合、この Cowper のせん断補正

係数は利用することができない。2 種類の材料からなる箱断面に対しては、Bank が以下のような修正せん断補正係数を導いている。

$$k^* = 20(\alpha + 3m)^2 / \frac{E_1}{G_1} (60m^2n^2 + 60\alpha mn^2) + \frac{E_1}{G_2} (180m^3 + 300\alpha m^2 + 144\alpha^2 m + 24\alpha^3) + \nu_1(-30m^2n^2 - 50\alpha mn^2) + \nu_2(30m^2 + 6\alpha m - 4\alpha^2) \quad (2)$$

$$m = \frac{bt_1}{ht_2}, \quad n = \frac{b}{h}, \quad \alpha = \frac{E_2}{E_1}$$

ここで  $b, t_1, t_2, h, E_1, E_2, G_1, G_2, \nu_1, \nu_2$  は、図-1 のせん断補正係数算定断面に示される諸量である。Bank の修正せん断補正係数  $k^*$  は、式 (1) のせん断たわみ項の  $kGA$  を  $k^*EA$  に換えて用いる。そこで、このせん断項  $EA$  については、軸方向の伸び剛性の異なる木部材と鋼部材の 2 種類のバネの剛性と考へ、剛性伸び剛性  $E_{木}A_{木} + E_{鋼}A_{鋼}$  を用いる事とする。なお、 $E_1 = E_2, G_1 = G_2, \nu_1 = \nu_2$  とおくと、Bank の  $k = \frac{E}{G}k^*$  は Cowper の  $k$  とほぼ等しくなる。

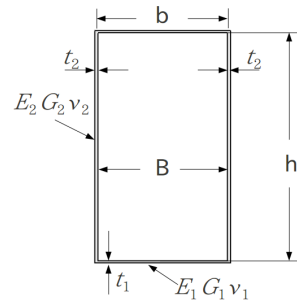


図-1 Bank のせん断補正係数算定断面

### 3. 解析手法

Timoshenko 梁がどの程度の板厚の箱断面にまで適用できるかを確かめるため、単一材料、2 種材料の箱断面梁に対して Calculix の直方体要素を用いた有限要素解析を行う。有限要素解析により求まる荷重とたわみを式 (1) に代入してせん断補正係数  $k$

を逆算し、式 (3) で求めた Cowper や Bank の  $k$  とどれくらい合うかを調べる。なお、対称条件から単純梁の半分とみなせる片持ち梁の曲げを解析する。

#### 4. FEM によるせん断補正係数の算定

##### (1) 正方形箱断面

$l = 2.5m, b \times h = 50cm \times 50cm$ , 板厚  $t = 1cm$  の 2 種材料の箱断面においても板厚を変えてたわみの有限要素解を求め、これを式 (??) に代入してせん断補正係数  $k$  を逆算する。なお  $E_2 = 206GPa$  の等方性材料とし、 $E_1$  を異方性材料としてヤング率を変え、ヤング率の違いによる影響を確かめた。図-2 板厚が薄い断面では逆算した  $k^*$  と Bank の  $k^*$  は近い値を示したが、板厚が厚くなるにつれて値が大きくずれている。ヤング率の違いによる影響はわずかにしか見られず、スパンが等しいという条件では  $k^*$  の値は板厚に大きく影響を受けることが確認できた。

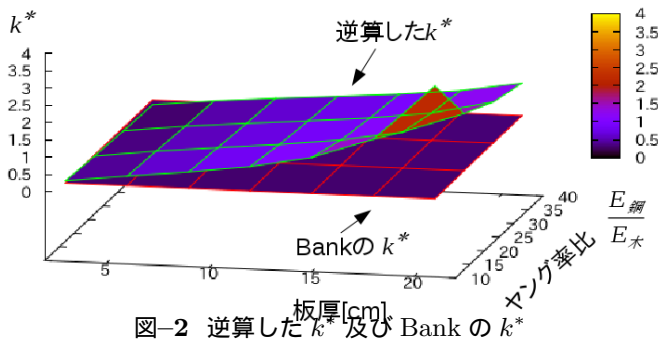


図-2 逆算した  $k^*$  及び Bank の  $k^*$

##### (2) プレストレス木箱桁橋モデル

実際のプレストレス木箱桁橋モデルとして、 $b \times h = 86.8cm \times 50cm$ , 板厚  $t_1 = 12cm, t_2 = 9mm$  の断面で解析を行った。なお、鋼材のヤング率：206GPa, 木材のヤング率：7.694GPa, スパン：10m とする。木材の厚さを一定とし、鋼材の厚さを変化させたものを図-3 に示す。実際のプレストレス木箱桁橋の断面のような薄肉断面では  $k^*$  は近い値を示しており、Bank の  $k^*$  は十分適用範囲内にあると言える。次に鋼材の厚さを一定にし、木材の厚さを変化させたものを図-4 に示す。こちらも板厚がプレストレス木箱桁橋に近い領域で  $k^*$  は近い値を示しており、適用範囲内にあると言える。鋼材の板

厚を厚くしていった場合、 $k^*$  は次第に大きく離れていったが、木材を厚くしていった場合はそれほど大きな違いにはならなかった。

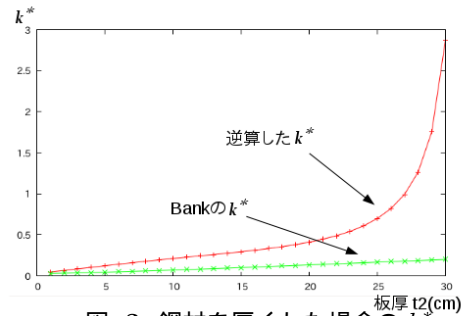


図-3 鋼材を厚くした場合の  $k^*$

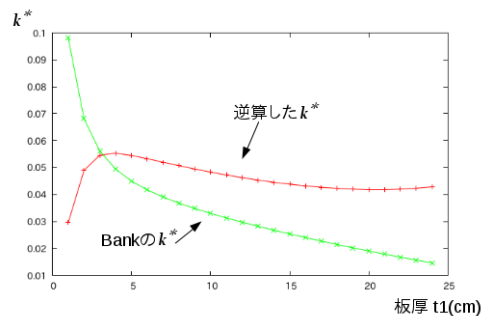


図-4 木材を厚くした場合の  $k^*$

#### 5. まとめ

直方体要素の有限要素法で箱断面の解析をし、2 種材料箱断面梁に対するティモシェンコ梁の適用範囲を確認した。正方形箱断面では板厚が厚くなるにつれて、有限要素法から逆算した  $k^*$  と Bank の  $k^*$  の値は離れていくが、ヤング率比の影響はあまり見られなかった。また、プレストレス木箱桁橋モデルの断面では、鋼材を厚くすると  $k^*$  の値は大きく離れていくのに対して、木材を厚くしても  $k^*$  の値は近いままであった。このことから、Bank の  $k^*$  は鉛直部材の板厚に敏感であるが、水平部材の板厚には鈍感であると考えられる。よって、鉛直部材が薄い鋼板からなる既存のプレストレス木箱桁橋の断面には、Bank の  $k^*$  を用いたティモシェンコ梁の式が適用できると考えられる。今後は板厚以外にも  $k^*$  に影響を与える要因がないか調べていきたい。

#### 参考文献

- 1) G. R. COWPER : The Shear Coefficient in Timoshenko's Beam Theory
- 2) Lawrence C. Bank : Shear Coefficients for Thin-Walled Composite Beams