

鋼板挿入集成材梁におけるせん断変形評価

環境構造工学講座 05116 川原 将
 指導教官 薄木征三 後藤文彦

1. はじめに

従来、木橋は雨季のある日本の気候条件では、コンクリート橋や鋼橋に比べ、強度面やメンテナンスなどのコストにより、非常に扱いにくかった。しかし近年は防腐作用などの技術の発展や、環境や景観への配慮、ランドマーク性など様々な面から木橋が見直されてきており、集成材に鋼板を補剛して接着補強したハイブリット型の構造も試みられている。木材は比強度の面から軽くて優れた材料と言えるが、道路橋などの大型の構造物に用いるには鋼材と組み合わせて補強する必要がある。本研究で取り上げる鋼板を集成材梁の上下縁部に鉛直に補剛接着して補強したハイブリット梁の場合、鋼板が曲げ剛性を増加させるとともに鋼板と集成材がそれぞれの長所で短所を補う構造となっている。しかしこのような鋼・集成材ハイブリット梁では、補剛されたことにより曲げ剛性は大きくなるが、それに比べてせん断剛性の方は集成材のみの場合と比べてそれほど大きくなりたいため、曲げ剛性に対するせん断剛性は極めて小さくなってしまふ。その結果、たわみに占めるせん断変形の影響は、集成材のみの梁よりも更に大きくなるという現象が発生し得る。本研究では、オープンソースの有限要素解析ツール Calculix(<http://www.calculix.de/>) を用いてこのせん断変形の影響を明らかにし、その対策法を考察する。

2. 数値解析手法

(1) 構造モデル

ここでは、有限要素解析ツールの Calculix を用いて、鋼板挿入集成材梁をモデル化する方法について説明する。集成材と鋼板を部分ごとに大きさの異なる立方体で分割し、それぞれの立方体を 8 節点 24 自由度のアイソパラメトリック要素 (C3D8) でモデル化する。集成材部材は局所的にばらつきのある材料であるが、ここでは全体的にばらつきを平均化した直交異方性材料とみなし、ラミナ 1 枚ごとに要素を設定するといったことは特に考慮しない。要素分割は図-1 に示すように、片持ち梁の固定端側の断面の図心を原点にとり、板厚方向に x 軸、桁高方向に y 軸、梁軸方向に z 軸をとる。弱軸について対称な断面を解析する際は yz 面で 2 分割された梁の半分を解析対称とする。境界条件は固定端断面 (xy 面) 上にある節点の z 方向変位を拘束、固定端 x 軸上にある節点の y 方向変位を拘束、対称面 (yz 面) 上にある節点の x 方向を拘束する。載荷方法は、荷重 P を断面積 A で除した $p = \frac{P}{A}$ を、各節点に隣接する要素の断面積に応じて載荷することとする (図-2)。例えば、1~4 要素に隣接する節点にはそれぞれ、 $\frac{a_1}{4}p \sim (\frac{a_1}{4} + \frac{a_1}{4} + \frac{a_1}{4} + \frac{a_1}{4})p$ を載荷する。ここに $a_1 \sim a_4$

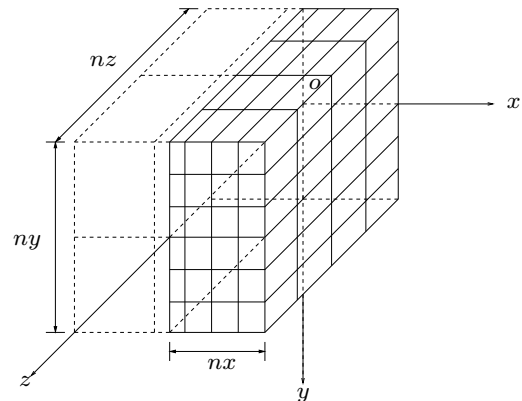


図-1 要素分割モデル

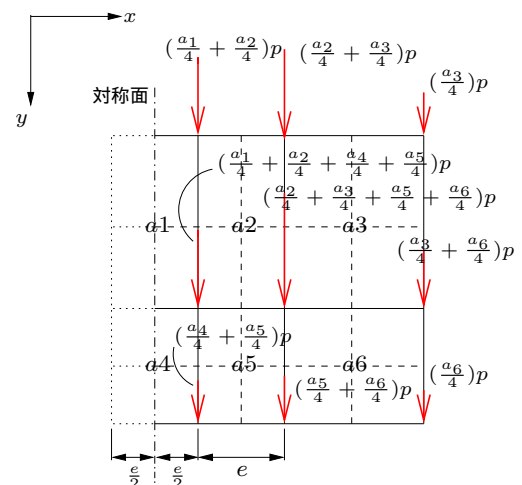


図-2 載荷方法

は、節点に隣接する要素の自由端面の面積である。なお、Calculix は拘束された節点には載荷できないので、断面弱軸の対称条件から図-2 のような半解析をする場合、 yz 面付近の荷重密度が、他の部分と比べ薄くなってしまふのを避けるために、 yz 面上に隣接する要素は、図-2 ように x 方向に隣接する要素に比べて x 方向の幅を半分 ($\frac{e}{2}$) にする。 $\frac{e}{2}$ にする理由は、本解析において同じ材料の中で基本的に等間隔にメッシュを切っているためである。なお、このモデルは、全解析において x 方向の要素分割を奇数分割にし、その中央の要素を対称面で 2 分割したモデルと同じである。よって、このモデルを対称面で分割せずに全解析として解いても全く同じ解析値を得られることを確認している。

(2) 解析モデル

解析に用いる鋼板挿入集成材は別報³⁾での梁の外形を用いて図-3 に示すような片持ち梁の幅 $b=6\text{cm}$ 、桁高 $h=12\text{cm}$ 、軸長 $l=108\text{cm}$ とする。また断面は図-4 に示した集成材の中央上下に鋼板幅 $b_s=4\text{cm}$ 、鋼板桁高 h_s の鋼板を補剛したものを基準とする。この梁と鋼板部分の断面二次モーメントが等しくなるように、圧縮側の鋼板はそのままに、鋼板を引張側に 2 枚、3 枚に分割した、計 3 タイプのモデルを用いて解析する。

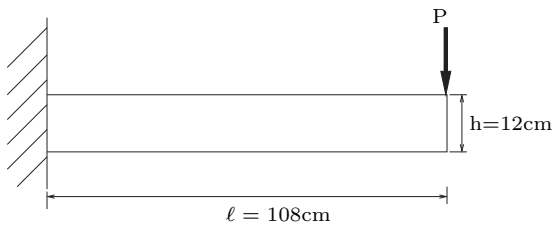


図-3 解析に用いる梁外形

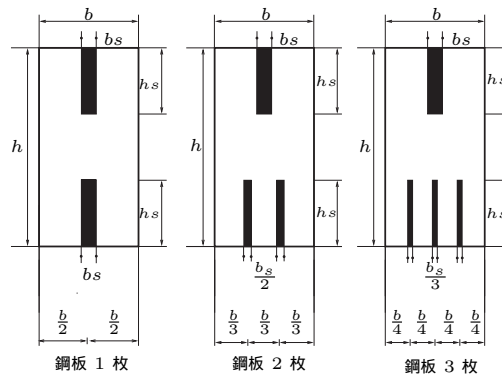


図-4 補剛の異なる 3 つのモデル

(3) 材料モデル

Calculix では、等方性材料と異方性材料を組合わせて解くこともできるようになっているようだが、本解析において、鋼材を等方性材料、集成材を直行異方性材料としてモデル化すると、計算がいつまでも収束しないという状況が見られたので、集成材部分も鋼板部分も直行異方性材料としてモデル化し、それぞれに 9 つずつの材料定数を与える。集成材のひずみ応力関係式は次式で与えられる。

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{yx}}{E_y} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 E_x, E_y, E_z は、それぞれ x, y, z 方向の圧縮・引張に対するヤング率、 G_{xy}, G_{xz}, G_{yz} はそれぞれ xy 面、 xz 面、 yz 面のせん断変形に対するせん断弾性係数、 ν_{zx}, ν_{yx} は x 方向の単純圧縮、引張に対し、それぞれ $-\frac{E_z \varepsilon_z}{E_x \varepsilon_x}, -\frac{E_y \varepsilon_y}{E_x \varepsilon_x}$ で定義されるポアソン比、 ν_{xy}, ν_{zy} は y 方向の単純圧縮・引張に対し、それぞれ $-\frac{E_x \varepsilon_x}{E_y \varepsilon_y}, -\frac{E_z \varepsilon_z}{E_y \varepsilon_y}$ で定義されるポアソン比、 ν_{xz}, ν_{yz} は y 方向の単純圧縮・引張に対し、それぞれ $-\frac{E_x \varepsilon_x}{E_z \varepsilon_z}, -\frac{E_y \varepsilon_y}{E_z \varepsilon_z}$ で定義されるポアソン比である。集成材の各材料定数は、 $E_x = E_y = \frac{E_z}{25}, G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = \frac{E_z}{15}, \nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{yx} = \nu_{yz} = 0.016, \nu_{zx} = \nu_{zy} = 0.04$ と近似することができる²⁾ ので、直交異方性材料であ

る集成材であっても、軸方向ヤング率 E_z が得られれば、すべての材料定数が近似できる。鋼材に付いては、 $E, \nu, G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ の値を9つの材料数に代入している。実際に Calculix で鋼材だけの梁を、等方性材料として解析した場合、直交異方性材料として解析した場合を比較すると、両者の値は有効数字5桁の精度を得られる。

(4) 収束性

本解析で用いるような立体要素は回転自由度を持たないため、梁の曲げなどを解析する場合には、十分な要素分割を行わないと精度が悪いため、ここでは片持ち梁で解析した集成材と鋼板を1枚補剛した場合の要素分割数とたわみの収束の関係を調べる。鋼材 (SS400) の材料定数は、ヤング率 $E = 210\text{GPa}$ 、せん断弾性係数 $G = 80.8\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ とする。集成材の材料定数は、 $E96.2$ 材の公称値を参考に、軸方向 (z 方向) の引張・圧縮ヤング率 $E_z = 9.43\text{GPa}$ 、軸直角方向 (x, y 方向) の引張・圧縮ヤング率 $E_x = E_y = 0.3772\text{GPa}$ 、せん断弾性係数 $G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = 0.629\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{yx} = \nu_{yz} = 0.016$, $\nu_{zx} = \nu_{zy} = 0.4$ とする。なお、自由端に図-3のように $P = 1000\text{N}$ を分散させて载荷し、 x, y, z 方向の要素分割数 n_x, n_y, n_z を変化させた場合集成材の自由端部図心のたわみと鋼材を挿入した場合の y 要素変化による自由端部図心のたわみを表-1 に示す。また鋼板挿入集成材の全体の要素分割数を図-5 に示すような集成材の要素分割を用いて、上下鋼材の x 要素を2要素に固定し、同様の载荷条件で上下鋼材の y 要素 $n_y^{\text{鋼}}$ 変化におけるたわみの収束性と、 $n_y^{\text{鋼}}$ 一定での、鋼材間の集成材 y 要素 $n_y^{\text{木}}$ 変化のたわみの収束性についても表-1 に示した。

$n_x \times n_y \times n_z = 6 \times 24 \times 120$ の要素分割で、集成材のたわみは有効数字4桁の精度で 0.546937cm に収束している。この値は、初等梁理論によるたわみ 0.515125cm よりは6%程大きく、せん断補正係数 k を $\frac{5}{6}$ とした Timoshenko 梁理論によるたわみ²⁾ 0.543869cm と0.5%程の誤差でほぼ一致している。鋼板挿入集成材では要素分割は $n_y^{\text{鋼}}$ が4要素以上、 $n_y^{\text{木}}$ が4要素の以上の分割数であれば、有効数字3桁の十分な精度が得られる。このため他の補剛方法でも上記の条件で要素分割を行う。また局所的な応力の大きさを知りたい場合などは、要素分割数を適宜増やして解析を行う。

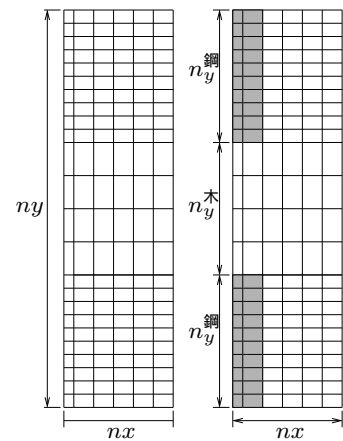


図-5 具体的な要素分割

表-1 集成材と鋼板挿入集成材のたわみ

分割数 $n_x, \frac{n_y}{2}, \frac{n_z}{10}$	集成材のたわみ v (cm)			たわみ v (cm)	
	$n_x \times 24 \times 120$	$6 \times n_y \times 120$	$6 \times 24 \times n_z$	鋼材の y 要素 $n_y^{\text{鋼}}$	鋼材間の集成材 y 要素 $n_y^{\text{木}}$
1		0.540300	0.516701	0.148934	
2	0.546705	0.544060	0.538121	0.149369	0.149508
3	0.546844	0.545271	0.542565	0.149459	0.149853
4	0.546897	0.545842	0.544287	0.149492	0.150020
5	0.546923	0.546179	0.545178	0.149508	0.150111
6	0.546937	0.546403	0.545719	0.149517	0.150167
7		0.546561	0.546085	0.149522	0.150202
8		0.546678	0.546349	0.149526	0.150226
9		0.546768	0.546549		
10		0.546837	0.546707		
11		0.546893	0.546833		
12		0.546937	0.546937		

3. 数値計算

(1) せん断変形

前節に示した手法で、鋼板挿入集成材の補剛方法の異なる3つのモデルを Calculix を用いて弾性解析を行う。まず図-4 に示した3つの補剛方法を用いて、初等梁理論で得られるたわみ $v = \frac{Pl^3}{3EI}$ と FEM 解析で得られるたわみの相対誤差を鋼板深さの変化で表したものを図-6 に示す。

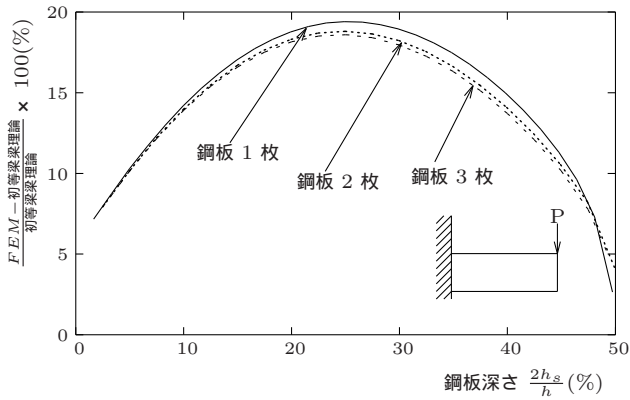


図-6 FEM 解と初等梁理論との相対誤差

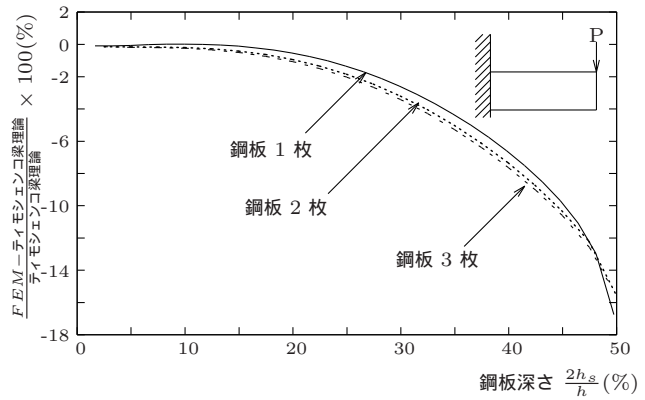


図-7 FEM 解とティモシェンコ梁理論の相対誤差

ここで用いている鋼板深さとは、図-8 のように鋼板高さ h_s を断面中立軸まで深くする場合を 50%，補剛を行わない集成材のみの場合を 0% とし、鋼板深さ $\frac{2h_s}{h}$ (%) で表したものとする。補剛方法の違いによる影響は観られないが、せん断変形を考慮しない初等梁理論と FEM で行った解析値との相対誤差は、鋼板深さ 25% では、20% 近くになっているため、たわみに占めるせん断変形の影響が、鋼板深さに強く依存している。

この影響を次式のティモシェンコ梁を用いて示す。

$$v = \frac{Pl^3}{3EI} + \frac{Pl}{kGA} \quad (2)$$

鋼板挿入集成材での補剛時の曲げ剛性を \overline{EI} 、せん断剛性を \overline{GA} とする。鋼板が深くなるほど鋼材の剛性が影響し \overline{EI} は大きくなるが、 \overline{GA} はそれほど大きく変化しないため、式 (2) の第 2 項は第 1 項に比べて大きくなっていき、せん断剛変形の影響が顕著にでる。そのため鋼板深さ 25% では、相対誤差が 20% とせん断変形の影響が極めて大きくなっている。鋼板が 25% 以上深くなると鋼材のせん断剛性が影響し、補剛時のせん断剛性 \overline{GA} が大きくなり、せん断変形の影響は小さくなっていくと思われる。

次に集成材のせん断弾性係数を用いたティモシェンコ梁理論と FEM 解で得られるたわみの相対誤差を図-7 に示す。鋼板深さ 15% 程度までは、ティモシェンコ梁理論で得られるたわみと FEM 解で得られるたわみでは相対誤差は 1% 以下となる。これは補剛時のせん断剛性 \overline{GA} が、集成材のせん断弾性係数とほぼ変わらない値を示すためだと思われる。しかし鋼板が 25% 以上深くなると図-7 ではティモシェンコ梁理論で得られたたわみと FEM 解で得られたたわみの相対誤差が最大で-16% と極めて大きい値になってしまう。これは、鋼材が深くなるにつれて式 (2) における第 2 項の \overline{GA} が鋼板のせん断弾性係数の影響を強く受けることにより、集成材のせん断弾性係数の値よりも極めて大きくなるからだと思われる。

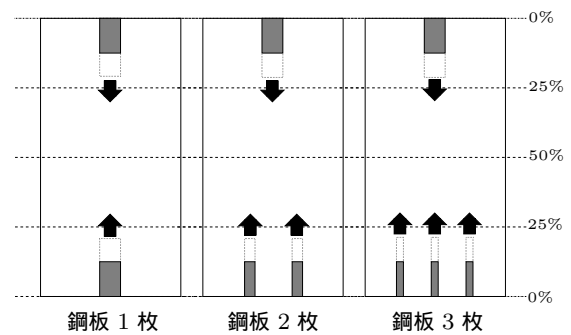


図-8 鋼板深さ

次に補剛したことにより鋼板挿入集成材の断面に、せん断応力がどのように影響するか3つの補剛方法と鋼材深さ50%にした補剛方法の4つで解析を行った。このとき用いた鋼材深さは別報³⁾で用いられた30%程度の $h_s=0.9\text{cm}$, $b_s=4\text{cm}$ にし、集成材の引張強度18.0MPaに達するような7000Nを自由端面に載荷する。また中率軸付近の鋼板に挟まれた集成材の応力分布を、より詳しく見るために、全てのモデルの x 方向の要素分割を6から12、 y 方向の要素分割を24から30に増やし全体で $n_x \times n_y \times n_z = 12 \times 30 \times 120$ で行う。図-9~図-12は上の条件を用いて、各モデルで片持ち梁中央部断面のせん断応力分布を示したものである。鋼板がせん断応力を受け持つため、どのモデルも補剛された付近の集成材は影響を受けやすい。断面が上下対称である鋼板一枚補剛では、引張側と圧縮側ではほぼ同じせん断応力を受けている。鋼板を2枚補剛する場合と3枚補剛する場合は引張と圧縮側の補剛方法が異なるため、せん断応力分布は対称ではない。鋼材深さ50%のモデルでは、鋼材がほとんどせん断応力を受け持つため、せん断応力10MPa程度で集中しているが、鋼材のせん断強度135MPaのため影響はしないと思われる。また集成材にかかる応力は最大で、0.1MPa程度と低い値を示している。しかし他の補剛方法では引張側の鋼板を2枚、3枚に分割してもさほど変化は観られず、中率軸付近の集成材のせん断応力は、1.58~1.84MPaと集成材のせん断強度3MPaに近い値になってしまう。

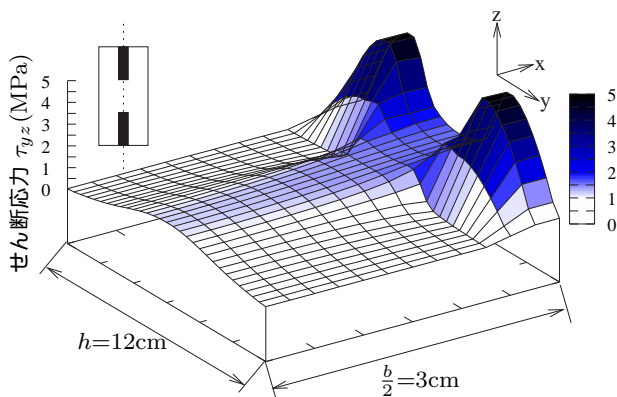


図-9 鋼板1枚のせん断応力

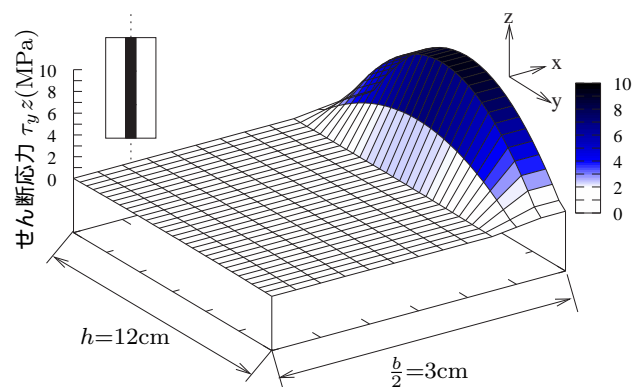


図-10 鋼材深さ50%のせん断応力

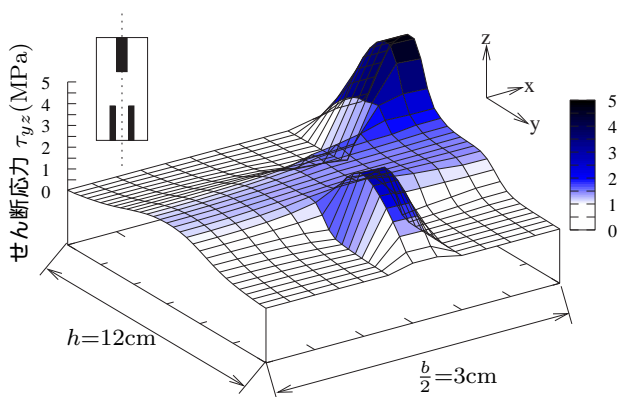


図-11 鋼板2枚のせん断応力

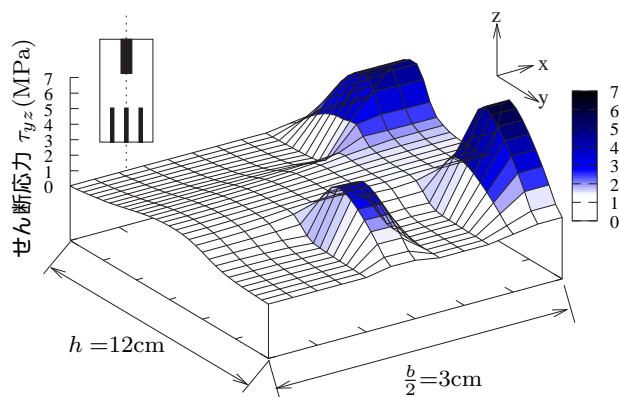


図-12 鋼板3枚のせん断応力

このため補剛する深さを変化させた場合、鋼板に挟まれた図心の集成材にどのようなせん断応力の影響があるかを図-13で示した。鋼板深さ0%では補剛を行わない集成材のみの値になる。鋼板深さ10%程度ま

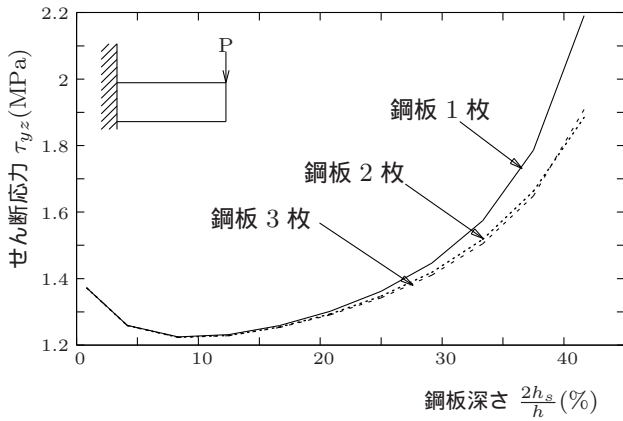


図-13 鋼材深さ変化のせん断応力

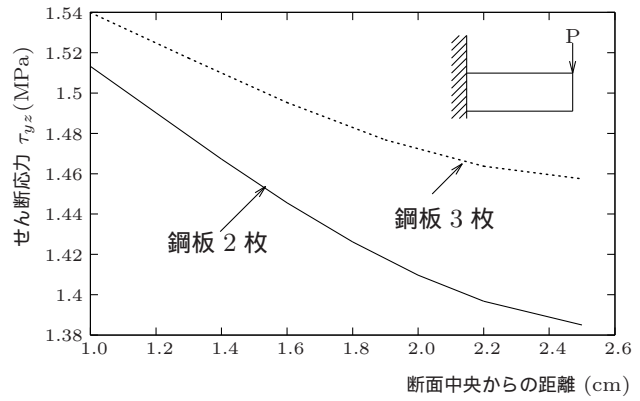


図-14 引張側鋼板の位置による影響

では、鋼材がせん断応力を受け持ち、断面図心の集成材のせん断応力は軽減されている。しかし 10% を過ぎた点で、今度は集成材にせん断応力が集中しはじめる。また鋼板 1 枚を補剛する方法においては、鋼材深さ $\frac{2h_s}{h}$ が 20% 以降でせん断応力は大きくなり、鋼材深さ 40% では他の補剛方法と比べ、14% 程度多く集中してしまう。つまり、引張側の鋼板を 2 枚、3 枚と分割した方が、断面図心の集成材のせん断応力を緩和する作用を示している。

そこで引張部の鋼板を分割したときの作用をさらに詳しく観るため、図-15 のように鋼板 2 枚、3 枚の補剛方法を用いて、引張側鋼板の間隔を空け、片持ち梁中央部の断面図心の集成材のせん断応力の影響を図-14 に示した。本研究で用いている断面の幅 $b = 6\text{cm}$ では、引張部の鋼材幅を考えると、対称面からの距離は最大で 2.5cm とれることになる。2 つのモデルとも引張側鋼板の間隔を空けることで集成材のせん断応力が分散されているといえる。しかし 2 枚鋼板では最大で 9% 程度、3 枚鋼板では最大で 5% とせん断応力を軽減する割合に差が生じている。これは補剛方法 3 枚におい

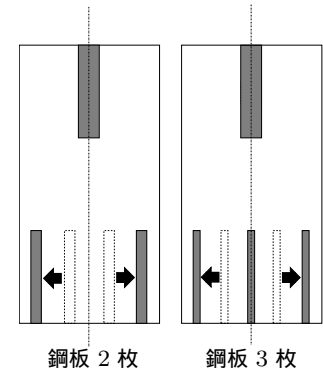


図-15 引張側鋼板の位置変化

て、引張側の断面図心軸に鋼板と上部鋼板が集成材を鋼板で挟むことになり、引張側の他の鋼板を水平にずらしてもあまり影響がでないと思われる。つまり 2 枚補剛方法のように補剛する場合は上下鋼板をずらし、間隔を多くとることが良いと思われる。

4. まとめ

集成材に鋼板を補剛することによって、曲げ剛性を強く持たせられるが、せん断弾性係数はそれほど大きく変化しないため、補剛を行わない集成材のみの状態よりたわみに占めるせん断変形の影響は大きくでてしまう。その影響を減らすためには鋼板深さを 25% 以上にし、鋼板によってせん断変形を拘束した方が良いと考えられる。但し鋼板を深く補剛すると、中立軸付近の集成材にせん断応力が集中してしまい、せん断強度が 3MPa 程度の集成材では、十分な注意が必要とされる。そこで鋼材深さ 50% にし、鋼板にせん断応力を持たせるような設計にするか、上下鋼板で木材を鉛直に挟むような方法ではなく鋼板 2 枚の補剛方法のように、補剛位置をずらし、鋼板の間隔を多くとることでせん断応力を分散する必要があると思われる。

参考文献

- 1) GOTOU Humihiko, CHIDA Tomohiro, USUKI Seizo: Estimation of shear modulus by FEM bending simulation of wood beams, WCTE 2006, Conference Proceedings, 9th World Conference on Timber Engineering, 2006
- 2) 後藤文彦・麓貴行・薄木征三・佐々木貴信: 曲げ試験による木材梁せん断弾性係数推定の精度, 構造工学論文集, Vol.49A 49A, 2003
- 3) 千田知弘・後藤文彦・薄木征三・佐々木貴信: 鋼板挿入集成材の有限要素弾塑性解析, 構造工学論文集, Vol.53A