

# 円筒折り紙構造のパターンと挙動

環境構造工学講座 07137 工藤 康広  
指導教員 後藤 文彦

## 1. まえがき

近年、折り紙工学を利用した構造が注目されており、例えば宇宙構造などで知られるミウラ折り<sup>1)</sup>では折り畳みの観点到に注目し、衛星などの構造物を小さく折り畳んでから宇宙空間へ運搬し、そこから展開させて使用するという利点が挙げられる。また、折り紙工学は自動車、建築物、医療などにも応用され、様々な分野で利用されてきている。折り紙構造は、その名の通りに一枚の板などから円筒などの立体的な構造物を切り出す事が出来たり、材料の平版の部材を張り合わせる事で円筒などに近い構造物を形成できたり、運搬時に構造物を折り畳むことによってコストの削減につながる事が可能である。また、折り畳み構造によって同じ厚さの円筒よりも強度化できるなどといった研究の報告も挙げられていることから、構造物の利用範囲を大きく広げることが出来る。今回はその中で注目した折り紙構造は2通りあり、1つは缶飲料に用いられているダイヤ型の折り目を持ったダイヤカット円筒（吉村パターン）と、もう1つは互い違いに並んだ台形の折り畳みパターンを持つ折り畳み円筒構造である。前者は円筒の座屈モードに対応させた折り目から構成され、座屈後強度に想定するような高強度を発揮することより、薄い材料で強度を持たせる事が出来る。後者は折り畳みの伸縮機能が、材料の弾性変形によって効果を発揮する構造である。しかし、このような折り紙構造のパターンと挙動についての研究の報告はまだ事例が少ないので、本研究では、有限要素解析を行い、剛性や座屈挙動について考察していく。

## 2. ダイヤカット円筒（吉村パターン）の解析

### (1) 数値解析手法

解析方法として、オープンソースの有限要素解析ツール CalculiX<sup>2)</sup>を用いて、ダイヤカット円筒（吉村パターン）をモデル化する方法について説明する。図-1に示すように円筒に近い構造にダイヤ型の折り目を交互に配置したシェル構造を構成し、要素は図-1の上段の黒点で示したように、6節点3角形シェル要素を用いて1つの三角形の折り目に対し4つの要素で構成させる。周方向の角数（周方向の1枚の台形の折り目）を周方向パターン数、高さ方向の段数（高さ方向の1枚の台形の折り目）を高さ方向パターン数と称し、パターン数は3角形から構成することが可能なので3角形～20角形までのパターン数を1つずつ増やしていく。高さ方向のパターン数は1段～20段までのパターン数1段ずつ増やして解析を行う。

解析に用いる断面形状は、市販化されているアルミ缶飲料のチューハイ缶の形状を用いて、図-2に示すように、周方向の点が外接する円の半径  $r = 3\text{cm}$ 、軸高  $h = 12\text{cm}$ 、厚さ  $t = 0.02\text{cm}$ 、アルミのヤング率  $E = 69\text{GPa}$  とする。

荷重・拘束方法について、境界条件として解析モデルの下端開口部の各節点の  $z$  方向変位を拘束し、また下端開口部の1点の  $x$  方向変位を拘束し、その点と軸対称な点の  $y$  方向変位を拘束する。軸方向上端開口部は各節点の  $x, y$  方向変位を拘束した。荷重方法は、図-3のように上端開口部から軸方向に荷重を上端開口部の全節点数で除して均一に荷重する方法と、もう1つの荷重方法として、図-4のように各三角形の頂点の節点より、ダイヤカット円筒の中心方向から法線上に引張力を与えたものと、ダイヤカット円筒の外側から内側の中心方向に向けて圧縮力を荷重したものを全節点数で除して均一に荷重し比較することにした。ここで荷重方法2における拘束条件は以下の3つの方法で解析を行う。

#### ● 拘束条件 1

- 下端開口部の各節点の  $z$  方向変位を拘束し、また下端開口部の一点の  $x$  方向変位を拘束しその点と軸対称な点の  $y$  方向変位を拘束する。上端開口部は  $x, y$  方向変位を拘束する。

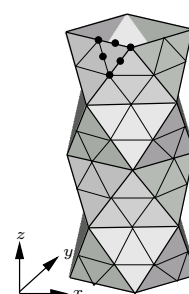


図-1 解析モデル

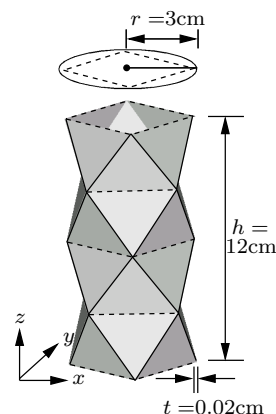


図-2 解析に用いた断面形状

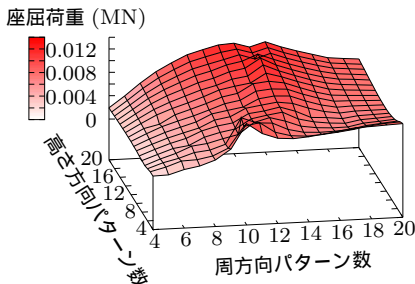


図-5 軸方向圧縮における座屈荷重

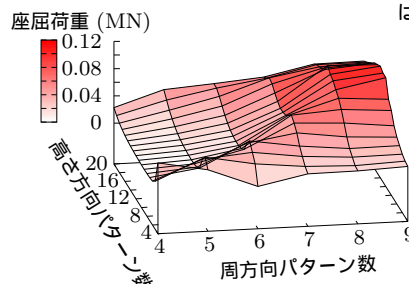


図-6 軸方向引張における座屈荷重

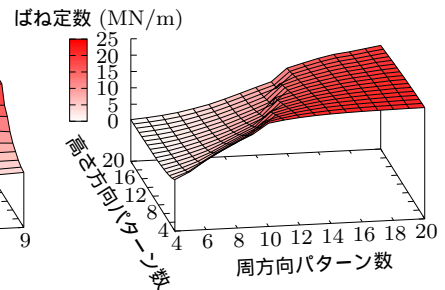


図-7 軸方向載荷のばね定数

● 拘束条件 2

- 上端, 下端開口部共に各節点の  $z$  方向変位を拘束し, また上端, 下端開口部の一点の  $x$  方向変位を拘束しその点と軸対称な点の  $y$  方向変位を拘束する.

● 拘束条件 3

- 下端開口部の各節点の  $x$  方向変位,  $y$  方向変位,  $z$  方向変位を拘束し, 上端開口部の各節点は  $x$  方向変位,  $y$  方向変位を拘束する.

(2) 数値計算

それぞれの周方向, 高さ方向パターン数の比較手段として座屈荷重とばね定数を求める. ばね定数は載荷している全節点の荷重の総和をある特定した 1 節点の変位を除いた比例定数で表し, 変位は軸方向圧縮, 引張載荷では上端開口部の特定した一点から  $z$  方向変位を求め, 中心方向圧縮, 引張では下端開口部での  $y$  方向,  $z$  方向変位を拘束している点の,  $x$  方向変位を求める. ばね定数が小さければその構造物は変形しやすく, 大きければその構造物は変形しにくく剛性は高いといえる. 座屈荷重は薄い部材が圧縮力などの強い力を受けると, 面外へ変形して破壊に至る現象で, 細長比が大きい程座屈を起こしやすいが, 座屈荷重が大きければ座屈しにくいという事になる. 今回のダイヤモンド円筒では部分的に飛び移るような変形を起こす局部座屈などを起こすという観点から, どのような変形を起こすか考察するため座屈後の変位から座屈モードも求める. そしてそれぞれのパターンにおける剛性と座屈荷重を考察していく.

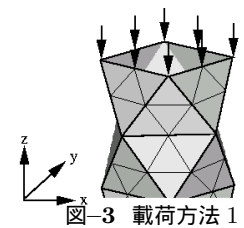


図-3 載荷方法 1

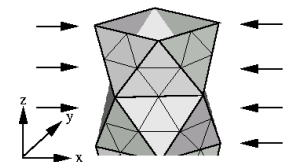


図-4 載荷方法 2

(3) 軸方向載荷における解析結果

軸圧縮を受けた場合の座屈荷重を図-5 に, 軸引張を受けた場合の座屈荷重を図-6 に記す. ばね定数は引張, 圧縮共に解は同じであったので, 共に図-7 に記す. 座屈荷重は圧縮, 引張共に周方向のパターン数が増える程, さらに高さ方向のパターン数が増える程座屈荷重が大きくなり, 分割する周方向パターン数が多い程座屈しにくくなる結果が得られた. ばね定数に対しても, 分割するパターン数が多い程値は大きくなる. また図-7 より, 高さ方向よりも周方向パターン数の方が強度に関係している. 以上の結果から, それぞれのパターン数が多くなるほど円柱に近づく事になるので, ダイヤカット円筒よりも円柱の方が軸方向への荷重に対する強度があった.

(4) 円筒中心方向圧縮, 引張荷重における解析結果

1 つ目の拘束条件での載荷における座屈荷重を図-8, 図-9 に示す. 円筒中心方向へ引張力を載荷した場合は高さ方向に段数を増やしていった場合, 周方向パターン数が少ない時は座屈荷重も大きくなり, そのパターン数が 1 段と 20 段の時では大きな差が生じるが, 周方向パターン数が多くなるにつれ, その差は小さくなる. 次に周方向パターン数を増やしていった場合も同様に, 高さ方向パターン数が増えていくに従い, 座屈荷重の差は小さくなっていく傾向があった. 次に円筒中心方向に圧縮力を載荷した場合は, 高さ方向のパターン数に関係なく周方向が 4 角形の時に座屈荷重は最大となった. そして, 周方向のパターン数が多くなるにつれて座屈荷重は小さくなっていく. ばね定数は図-10 に示したが, 周方向のパターン数が奇数の時は, ばね定数を求める際の変位量をうまく求める事が出来なかったため偶数のみの結果となる. 高さ方向パターン数が少ない場合は, 周方向パターン数はあまりばね定数に影響しない. しかし高さ方向の段数が多くなれば, 差が広まり, 周方向 10 角形のときに最大となった. 以上の事から, 圧縮載荷において, 周方向パターン数よりも高さ方向パターン数が座屈荷重に影響があり, 引張載荷の場合は高さ方向よりも周方向パター

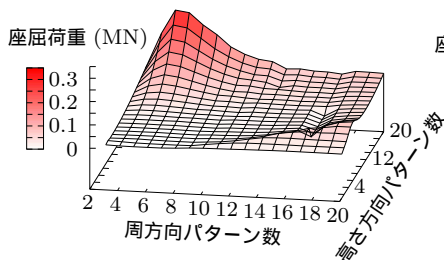


図-8 拘束条件 1 での中心方向引張時の座屈荷重

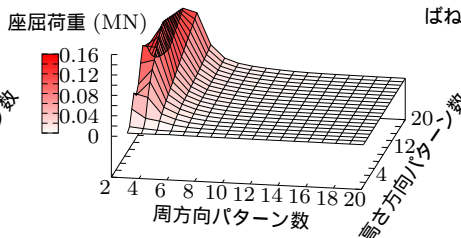


図-9 拘束条件 1 での中心方向圧縮時の座屈荷重

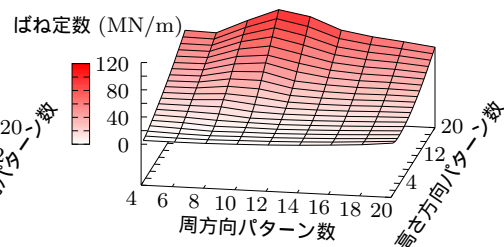


図-10 拘束条件 1 におけるばね定数

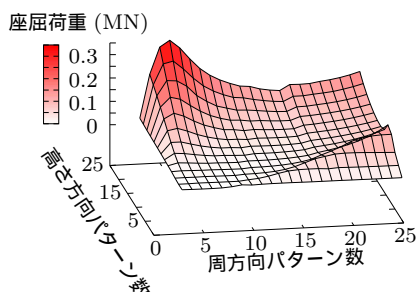


図-11 拘束条件 2 での中心方向引張時の座屈荷重

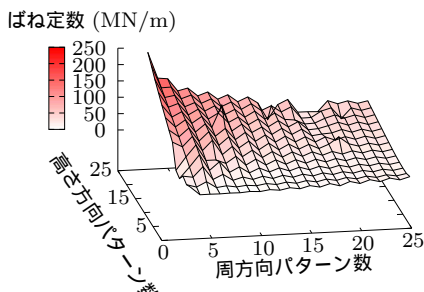


図-12 拘束条件 2 におけるばね定数

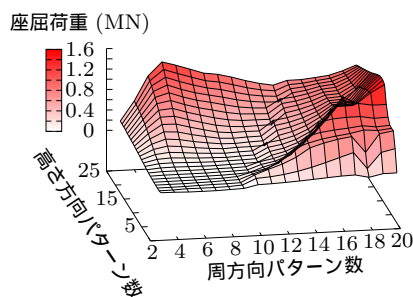


図-13 拘束条件 3 での中心方向引張時の座屈荷重

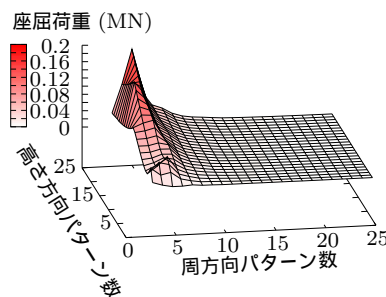


図-14 拘束条件 3 での中心方向圧縮時の座屈荷重

ン数が座屈荷重に影響し、周方向パターン数が少なく、高さ方向パターン数が多いものが最も座屈しやすい構造であった。引張において周方向、高さ方向のパターン数が多くなる程、座屈荷重の差が小さくなる傾向が見られた。これは、パターン数が多くなるにつれて、解析モデルが円柱に近づく事によって、値が収束していったと考えられる。また、座屈荷重とばね定数が必ずしも相関関係にならないことがわかった。

2 つ目の拘束条件での結果を図-11 に示す。引張荷重を載荷した場合は、高さ方向に段数を増やしていくと、周方向パターン数が少ない場合、座屈荷重も大きくなっていくが、周方向パターン数が多くなるにつれて、座屈荷重の差は収まる。次に周方向パターン数を増やしていった場合に、高さ方向パターン数が増えていくと、座屈荷重が再び大きくなる傾向があった。圧縮荷重を載荷した場合、座屈解析が収束しにくく座屈荷重が求められなかった、ばね定数については、図-12 より、周方向の奇数と偶数のパターン数によって不規則に変化している。これは、奇数と偶数のパターン数では変位を取る節点の箇所が自動的に変わってしまうためである。周方向パターン数が少ない場合は、高さ方向のパターン数によって、ばね定数に影響する。逆に周方向のパターン数が多いときは高さ方向のパターン数が増えてもばね定数は一定の値であり、パターン数の変化において単調な変化がみられた。

三つ目の拘束条件での結果を図-13、図-14 に示す。引張荷重を載荷した場合は、高さ方向に段数を増やしていった場合、周方向パターン数の変化によって座屈荷重が大きく変化する。周方向パターン数が少ない場合は高さ方向パターンによって単調に変化するのに対し、周方向パターン数が大きい場合は不規則な変化を繰り返している。次に圧縮荷重を載荷した場合は、高さ方向に段数を増やしていった場合、周方向パターン数が少ない時は座屈荷重も大きくなり、そのパターン数が 1 段と 20 段の時では大きな差が生じるが、次に周方向パターン数を増やしていった場合も同じ傾向であった。引張荷重においては、周方向パターン数と高さ方向パターン数における座屈荷重にある程度の相関があるが、圧縮荷重におい

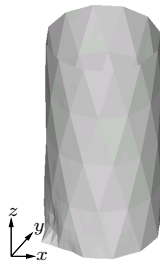


図-15 拘束条件 1 の中心方向引張における座屈モード

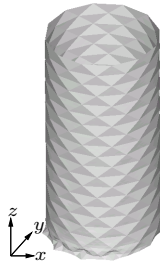


図-16 拘束条件 1 の中心方向引張における座屈モード



図-17 拘束条件 1 の中心方向圧縮における座屈モード

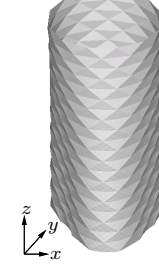


図-18 拘束条件 1 の中心方向圧縮における座屈モード

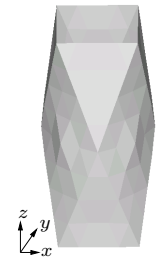


図-19 拘束条件 3 の中心方向引張における座屈モード

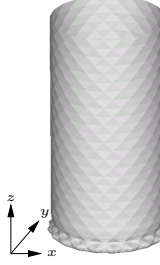


図-20 拘束条件 3 の中心方向引張における座屈モード

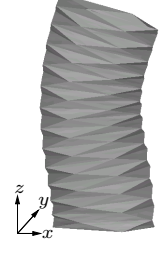


図-21 拘束条件 3 の中心方向圧縮における座屈モード

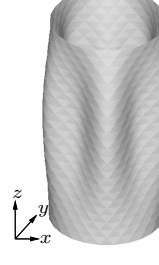


図-22 拘束条件 1 の中心方向圧縮における座屈モード

では、周方向パターン数における座屈荷重の変化が大きくみられた。ばね定数は、比較する節点の変位が  $x, y$  方向変位を拘束しているため座屈荷重のみ解析を行った。

以上の 3 つの拘束条件において比較をすると、周方向と高さ方向のパターン数における座屈荷重は相関があるとは限らず、また座屈荷重とばね定数に対しても相関があるとは限らない。中心方向圧縮荷よりも引張荷の方が座屈荷重は大きくなる傾向があり、拘束条件 3 の時に座屈荷重が最大になった。これは拘束条件によって座屈モードが影響しているかもしれない。よって次に変位後の座屈モードから検討する。

#### (5) 変位後の座屈モード図

FEM 解析において、座屈後の変位を荷重する前の座標に足し合わせることによって、変位後の座屈モードを知ることが可能になる。それぞれの拘束、荷重条件における座屈モード図を考察していく。拘束条件 1 での座屈モード図を、図-15～図-18 に記す。ここでは下端開口部の変形が目立った。これは、拘束条件が大きく影響している。中心方向引張荷の場合は、下端開口部のみの変形だったが、外圧荷の場合は下端開口部を始め全体的に変形が見られた。拘束条件 3 での座屈モード図を、図-19～図-22 に記す。引張荷では、周方向が 4 角形、高さ方向が 4 段の場合に、全体の三角形要素で局部座屈が起こっていたが、図-20 の周方向が 20 角形、高さが 25 段の場合、下端開口部において局部座屈を起こしていた。他にも周方向が増えていくと下端部において局部座屈が起こる傾向が確認された。中心方向圧縮荷において図-21 のように周方向のパターン数が少なく、高さ方向パターン数が大きい場合に違う座屈モードが確認された。このことから、周方向パターンが極端に少ない場合は座屈モードが変化しているようだ。また、周方向のパターン数が大きい場合でも図-22 に見られるように違う座屈モードが確認された。

#### (6) まとめ

- ばね定数は圧縮、引張共に変わらない。
- 軸方向荷では圧縮、引張において円柱が最も座屈しにくい。
- 拘束条件によって座屈モードが変化するために座屈しやすさが変わってくる。
- 中心方向圧縮、引張において高さ方向パターンが大きくなるなれば座屈荷重は大きくなる傾向があった。しかし、周方向パターンが大きくなるにつれて、座屈荷重が大きくなる場合も。また、ばね定数に限りパターン数と相関している。
- 座屈荷重とばね定数は必ずしも相関関係にあるとは限らないと言える。

### 3. 折り畳み円筒の解析

#### (1) 数値解析手法

解析方法として、オープンソースの有限要素解析ツール CalculiX<sup>2)</sup>を用いて、折り畳み円筒をモデル化する方法について説明する。図-23 に示すように円筒に近い構造に互い違いの台形の折り目を交互に配置したシェル構造を構成し、要素は6節点3角形シェル要素を用いて1つの台形の折り目に対して12の要素で構成させる。周方向の角数(周方向の1枚の台形の折り目)を周方向パターン数、高さ方向の段数(高さ方向の1枚の台形の折り目)を高さ方向パターン数と称し、パターン数は互い違い台形の折り目の構造のため、周方向パターン数は偶数の形のみ構成することが可能である。また折り畳み円筒は、様々な形に折り畳む事が可能であるが、周方向の長さ、高さ方向の長さ、周方向の折り目の数、高さ方向パターン数にある条件があり、それらを全て満たされる断面形状でなければ、折り畳み円筒として構造できない。今回解析に用いる折り畳み円筒は市販化されているアルミ缶飲料のチューハイ缶の形状を用いて、図-2 に示すように、周方向の円周を  $s = 18.85\text{cm}$ 、折り畳む前の高さを  $h = 12\text{cm}$ 、厚さ  $t = 0.02\text{cm}$ 、アルミのヤング率  $E = 69\text{GPa}$  とする。上の条件にあてはまる4, 6, 8, 10角形の4種類を、適度なばね性能を持たせるために高さ方向の角数20段として解析を行っていった。また高さ方向に折り畳まない角柱の場合は4~26角形までモデル化することが可能である。载荷する前の軸方向の高さが折り畳まれて0の状態を(初期高さ=0)とし、折り畳まずに高さが1の角柱の状態(初期高さ=1)として、0.1ずつ初期状態の高さを変えて解析していく。境界条件はモデルの下端開口部の各節点の  $x$  方向変位、 $y$  方向変位、 $z$  方向変位を拘束し、上端開口部の各節点は  $x$  方向変位、 $y$  方向変位を拘束する。载荷方法は、図-24 に示した  $y$  方向へ軸方向上端部から荷重を上端部の全節点数で除して各節点に均一に载荷し、圧縮力と引張力を与える。

#### (2) 数値計算

それぞれのパターン数の比較手段としてダイヤモンド円筒と同様に座屈荷重とばね定数を算出する。また、座屈後の変位から座屈モードも求めていく。ばね定数は载荷している全節点の荷重をある特定した節点の変位から除した比例定数で表し、上端開口部の特定した一点の  $z$  方向変位量を求める。ばね定数が小さければその構造物は変形しやすく、大きければその構造物は変形しにくく剛性は高いと言える。そしてそれぞれの角数における強度と挙動を考察していく。

#### (3) 解析結果

軸方向圧縮引張における変位は変わらなかったためばね定数は引張、圧縮共に解は同じであり、まとめてばね定数と初期高さの関係を図-25 に記す。今回は各初期高さにおけるばね定数が近似値であり、線が重なってしまうため、対数グラフで表した。ばね定数は、周方向パターン数における差はほとんど見られないが、初期高さを0.9倍したときに差が見られ始めた。そして初期高さが1の時には、ばね定数は急激に大きくなる。これは、初期高さが1の時は変形しにくい構造に変化するために、ばね定数が最大となる。以上の結果より、折り畳み円筒は、ばねの伸び縮みを利用した構造が理想的なため、初期高さ低い程効果的であると考えられる。

軸圧縮を受けた場合の座屈荷重を正、軸引張を受けた場合の座屈荷重を負とし、座屈荷重と初期状態の高さの関係を図-26 に記す。圧縮における座屈荷重は、周方向パターン数によって、一定であるが、引張力においては座屈荷重は不安定であった。初期高さが高くなる程座屈荷重は大きくなり、また角数が増える程、座屈荷重は大きくなる傾向が見られた。また、初期高さが1の時に座屈荷重が急激に変化するのは、座屈モードが変化するためである。よって、角数が多く初期高さが高い程座屈しにくい構造と言える。

#### (4) 変位後の座屈モード図

ここで変位後における座屈モード図について検討する。FEM 解析において、座屈後の変位から座屈発生時の座屈直後の挙動を知ることが出来るので、それぞれの初期高さ、周方向パターン数における座屈モード図を考察していく。初期高さが低い場合は、図-28 に示すように、上端開口部での局部座屈が確認されたが、初期高さが高くなる場合には、図-29 下端開口部での局部座屈に変化する傾向が見られた。これは周方向パターン数によって、高さ方向パターン数を

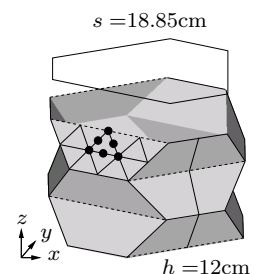


図-23 解析モデル

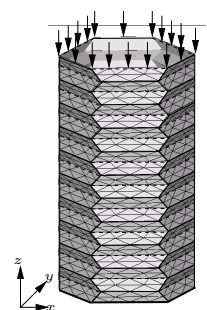


図-24 要素分割モデル

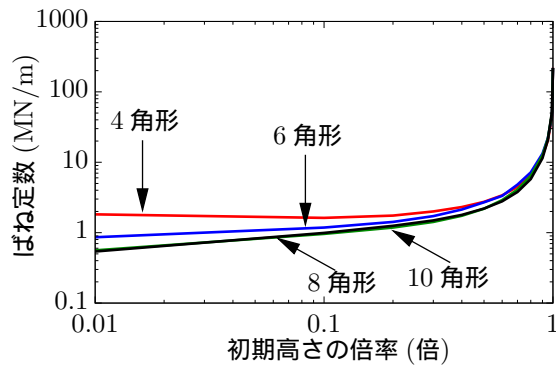


図-25 圧縮，引張における折り畳み円筒のばね定数

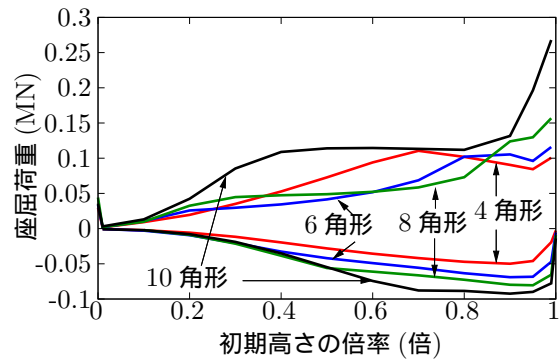


図-26 圧縮，引張における折り畳み円筒の座屈荷重

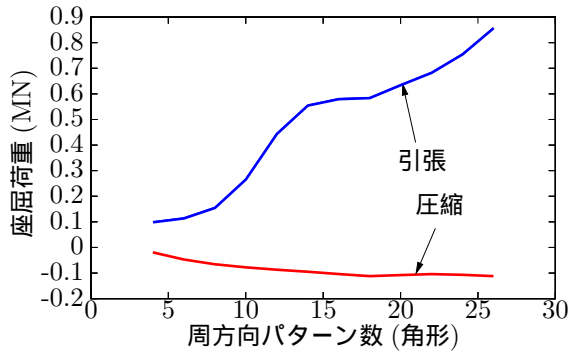


図-27 初期高さ 1(角柱)における座屈荷重

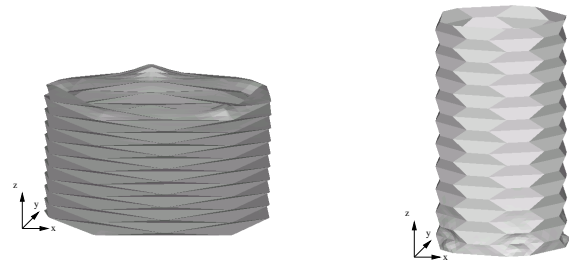


図-28 座屈モード (初期高さ 0.3)

図-29 座屈モード (初期高さ 0.9)

増やしていくと，4角形は圧縮時全て上端開口部で局部座屈を起こしていた．引張では初期高さが0.7の時から局部座屈の箇所が下端部から上端部に変化し，6角形は圧縮では初期高さが0.6から，引張では初期高さが0.2から，8角形は圧縮では0.2から，引張では0.3から局部座屈の箇所が下端部から上端部へ変化する．周方向パターンと高さ方向パターンによって局部座屈の発生する箇所が変わる傾向が見られた．

#### 4. まとめ

- ばね定数は圧縮，引張共に変わらない
- 周方向パターンが大きくなる程，座屈しにくくなる．初期高さにおいては，高さがある程座屈しにくく，ばね定数と座屈荷重は相関関係にある．
- 初期高さと周方向パターンによって局部座屈が起こる箇所が変わってくる．
- ばね定数は初期高さがある程，値は大きくなるので，初期高さが低いものが折り畳み円筒としての性能を発揮することが出来るが，座屈しやすくなる．よってある程度の初期高さは必要だと言える．

#### 参考文献

- 1) koryo MIURA : Proposition of Pseudo-Cylindrical Concave Polyhedral Shells, ISAS report, Vol.34, No.9, pp. 141-163, 1969.
- 2) <http://www.calculix.de/>